



LİSELERARASI ORTAK DENEME SINAVI

SINAV KURALLARI

1-) Sınavın süresi 5 saattir. Sağlıklı ve adil sonuçların elde edilebilmesi için süre kuralına özen gösterilmesi önemle rica olunur.

2-) Sınava katılan okullar çözümlerini ya taratıp e-mail ile, ya da bir zarfa koyup posta/kargo ile gönderebilirler.

E-mail göndermek isteyenler için adres:

bilkentfizikolimpiyati@gmail.com

Posta/kargo ile göndermek isteyenler için adres:

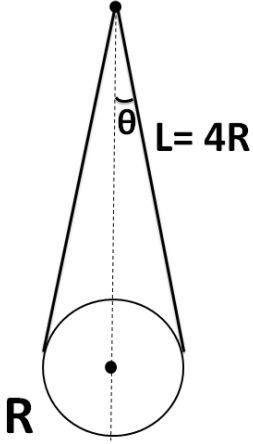
Aykut Argun

Bilkent Fizik Bölümü-Bilkent Üniversitesi

06800 Bilkent/Çankaya/ANKARA

3-) Çözümlerinizi yazarken lütfen her bir sayfaya isim, soru numarası, çözülen sorunun kaçınıcı sayfası olduğunu ve o sorunun çözümünün toplam sayfa sayısını belirtiniz.

Soru 1



Şekildeki gibi birer uçlarından menteşelenmiş 2 adet $4R$ uzunluğundaki çubuk, serbest uçları R yarıçaplı **sabitlenmiş** bir silindire teğet bir şekilde dokunuyor. Çubuklar menteşe etrafında serbestçe dönebilmektedirler. Çubuklar ve silindir arasında sürtünme **bulunmamaktadır**. Yerçekimi ivmesi **g** olarak verilmektedir.

Çubuklar bu konumdan serbest bırakılıyorlar. Çubukların potansiyel enerjisi minimum olduğunda çubukların açısal hızını bulunuz. **(18 Puan)**

Soru 2

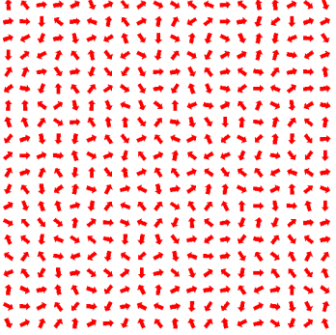
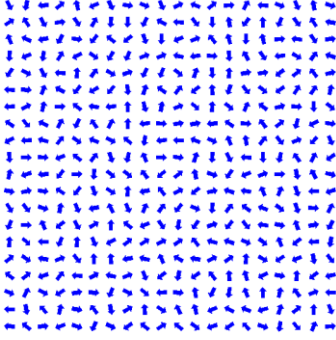
Atmosferde düşmekte olan küresel bir su damlası düşünün. Bu su damlası bir bulutun içinden geçmektedir ve bu esnada birim zamanda kazandığı kütle $[kA]$ 'dır. Burada k bir sabit olup, A ise su damlasının kesit alanıdır. Bu su damlasının ilk yarıçapının r_0 olduğunu ve buluta ihmal edilebilir bir hız ile girdiğini kabul edin. Su damlası herhangi bir sürtünme kuvveti ile karşılaşmamaktadır. Suyun yoğunluğu ρ olarak veriliyor.

a) Su damlasının bulut içinde yarıçapının zamanla nasıl değiştiğini bulunuz. **(5 Puan)**

b) r_0 'ın çok küçük olduğunu kabul edersek, su damlasının bulut içindeki hızının zamanla nasıl değiştiğini bulunuz. **(11 Puan)**

* Bu sorunun çözümünde aşağıdaki diferansiyel denklem çözümünü kullanabilirsiniz.

$$\dot{y} + p(x)y = q(x) \Rightarrow y(x) = e^{-\int p(x)dx} \left[\int e^{\int p(x)dx} q(x)dx + C \right]$$



Soru 3

Elektrik ve manyetik kutuplanmayı en iyi açıklayan teori Ising Modeli olarak bilinmektedir. Bu modele göre yeterince yüksek sıcaklıkta bir madde içindeki moleküllerin dipol momentleri rastgele yöndedir. Üstteki şekilde de görüldüğü gibi dışarıdan bir elektrik alan uygulanmadıkça bir madde içindeki moleküllerin bileşke dipol momentleri sıfırdır. Ancak dışarıdan bir elektrik alan uygulandığında bu durum değişmektedir. Çıplak gözle fark edilemese dahi (alttaki şekil), uygulanan bir elektrik alan moleküllerin elektrik dipol momentlerinin açısal dağılımını rastgele olmaktan çıkarır. Kırmızı (alttaki) şekilde aslında dipoller biraz daha sağa yönelmiştir.

Her bir molekül dipolün elektrik alan yönünde yönelme ihtimali küçük bir oranla daha fazladır. Bu olasılıksal olarak çok küçük bir değişiklik olsa bile, madde içinde o kadar çok molekül vardır ki mikroskobik boyutlarda bile artık ortalama bir bileşke dipol hissedilmektedir. Bu da makroskopik olarak "polarizasyon" adını verdiğimiz olayın aslında ne olduğunu bizlere

anlatır. Bu soruda önce biraz istatistik öğrenecek, sonra da bilinen parametreler cinsinden bir maddenin bağıl dielektrik katsayısını yaklaşık olarak hesaplayacağız.

Öncelikle dışarıdan elektrik alan uygulanmamış durumu ele alalım. Bu durumu iyi okumalı ve anlamalısınız. Bir elektrik dipolün 3 boyutlu yönlenmesini küresel koordinatlardaki θ ve ϕ açıları ile belirleyebiliriz. Burada θ dipolün z eksenine yaptığı açıdır, ϕ ise dipolün x-y düzlemindeki uzantısının x eksenine yaptığı açıdır. İlk durumda olasılık homojendir yani θ ve ϕ 'ye bağlı değildir. Bu durumda olasılık dağılım fonksiyonunu:

$q(\theta, \phi) = A$ olarak tanımlayabiliriz. Burada A bir sabittir. q ise olasılık yoğunluğu fonksiyonudur.

$dQ = q(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi$ ifadesi de bir dipolün (θ, ϕ) ile $(\theta+d\theta, \phi+d\phi)$ açıları arasında yönlenmesinin ihtimali olarak veriliyor.

a-) **Bir dipolün bütün yönlerde yönlenmesinin toplam ihtimali 1 olmalıdır, istatistikte bu işleme normalizasyon denir.** Olasılık dağılım fonksiyonundaki A sabitini bu yolla bulabiliriz:

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} q(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi = 1$$

olmalıdır. Bu denklemi kullanarak elektrik alan yokken dipollerin olasılık dağılım fonksiyonunu yani A'yı bulunuz. (0.5 Puan)

b-) Uzayda (θ, φ) yönünde yönelmiş bir \mathbf{P} dipolünün bileşenleri sırasıyla

$P_x = P \sin\theta \cos\varphi$, $P_y = P \sin\theta \sin\varphi$ $P_z = P \cos\theta$ olarak verilmektedir. Herhangi bir büyüklüğün ortalaması ise olasılık dağılım fonksiyonu ile o büyüklüğün çarpılıp integrale edilmesiyle bulunur. Örneğin

$$\langle P_x \rangle = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} [P \sin\theta \cos\varphi] q(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi$$

$$\langle P_y \rangle = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} [P \sin\theta \sin\varphi] q(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi$$

$$\langle P_z \rangle = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} [P \cos\theta] q(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi$$

Elektrik alan uygulanmamış durum için a-) şıkında bulduğumuz sabit olasılık dağılım fonksiyonu için ortalama dipol momentinin tüm bileşenlerinin sıfır olduğunu gösteriniz. (3 Puan)

c-) Artık birer istatistik uzmanı oldunuz. Şimdi elektrik alan dipollerin dağılımını nasıl etkiliyor bunu inceleyebilirsiniz. Bir dielektrik maddenin içinde **+z yönünde E elektrik alanı** oluşmuş olsun. Bu durumda herhangi bir dipolün olasılık dağılımı Boltzman dağılımına göre

$q(\theta, \varphi) = B e^{-\frac{U(\theta, \varphi)}{kT}}$ şeklinde bir olasılık dağılım fonksiyonuna sahip olacaktır. Ancak oda sıcaklığında dipollerin elektrostatik enerjileri (kT) değerine göre çok küçük olduğundan bu olasılık dağılımı

$$q(\theta, \varphi) = B \left(1 - \frac{U(\theta, \varphi)}{kT}\right)$$

olarak alınabilir. Burada k Boltzman sabiti, T sıcaklık, U ise dipolün enerjisidir.

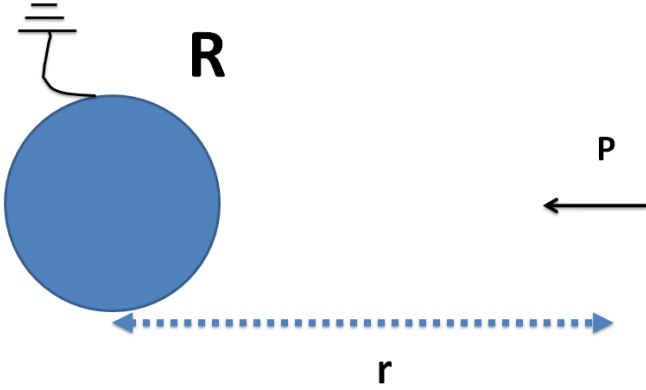
Normalizasyon yöntemini kullanarak B sabitini hesaplayınız. (4 Puan)

c-) Bulduğumuz olasılık dağılım fonksiyonunu kullanarak +z yönündeki E elektrik alanı içinde bulunan bir dipolün x,y,z yönündeki ortalama dipol momentini hesaplayınız. (6.5 Puan)

d-) Bir önceki şıkta bulduğunuz değerleri ve $\epsilon_0(\epsilon - 1)\vec{E} = \vec{P}_e$ formülünde verilen bağlı dielektrik geçirgenlik katsayısı ϵ' u hesaplayınız. Burada P_e birim hacimdeki toplam elektrik dipol momentini olarak veriliyor. İncelediğimiz maddenin yoğunluğu ρ , bir molekülün dipol momentini \mathbf{P} , molar kütlesi μ ve avagadro sayısı N_a veriliyor. (3 Puan)

Soruyu çözmek için **gerekli olmayan** bir bilgi: Bu modeli kullanarak bulduğumuz bağlı dielektrik katsayısı statik elektrik alanlar için geçerlidir. Yüksek frekanstaki elektromanyetik dalgaların elektrik alanına moleküller o hızda reaksiyon gösteremezler. Örneğin, su için statik bağlı dielektrik katsayısı 80 iken, görünür dalga boyu için bu rakam 1.77 civarındadır.

Soru 4



Topraklanmış **R yarıçaplı** iletken bir küreden r uzaklığa konumlandırılmış bir dipole kuvvet etki etmektedir. Böyle bir dipolü d mesafesi ile birbirinden ayrılmış $+q$ ve $-q$ yükleri gibi düşünebilirsiniz ($P=qd$)

a-) Dipolün küre içinde oluşturduğu iki adet görüntü yükü bir dipol ve bir monopolün süperpozisyonu olarak ifade edebiliriz. Bu görüntü dipolün ve görüntü monopolün büyüklüklerini bulunuz. **(8 Puan)**

b-) Gerçek dipole etki eden kuvveti bulunuz. **(10 Puan)**

Soru 5

M kütleli bir kara deliğin etrafında dolanan m kütleli bir cisme uygulanan gravitasyonel kuvvet şu şekildedir;

$$F = - \left(\frac{GMm}{r^2} + \frac{3GML^2}{mc^2 r^4} \right) \hat{r}$$

Burada L cismin açısal momentumu, c ışık hızı, r cismin kara deliğe uzaklığıdır.

a) Etkileşim potansiyel enerjisi U_r' yi bulunuz. **(2 puan)**

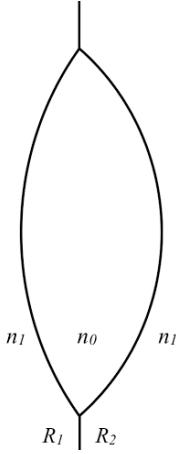
b) Cismin açısal momentumu $L = \frac{4GMm}{c} = mac$ olarak veriliyorsa efektif enerji U_{eff} nedir? (Efektif enerji bir cismin \hat{r} ifadesinden kaynaklanan kinetik enerji haricindeki geri kalan enerjisidir.) **(3 puan)**

c) U_{eff} 'in r 'ye bağlı grafiğini çiziniz. **(3 puan)**

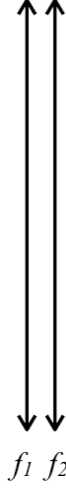
d) Dairesel yörünge yarıçaplarını bulunuz. **(4 puan)**

e) Dairesel yörüngelerin kararlılığını inceleyiniz. **(4 puan)**

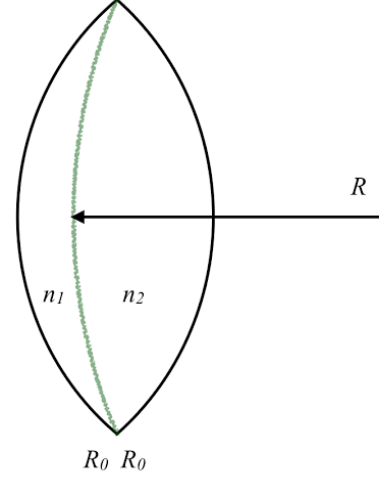
Soru 6



ŞEKİL 1



ŞEKİL 2



ŞEKİL 3

Bu sorunun tüm şıklarında paraksiyel optik yaklaşımı kullanınız.

a-) Şekil 1'deki merceğin odak uzaklığını n_0 , n_1 , R_1 ve R_2 cinsinden bulunuz. Vakum ortamı için lens yapıcısının formülü olarak bilinen denklemi türetiniz. (5 Puan)

b-) Odak uzaklıkları f_1 ve f_2 olan iki mercek birbirlerine çok yakın konumlandırılmıştır. Sistemin efektif odak uzaklığını bulunuz. (Şekil 2) (2 Puan)

c-) İki ayrı cam şekildeki gibi araya getirilip bir mercek yapılmıştır (Şekil 3). Camların kırıcılık indisleri ışığın dalga boyuna bağlı olup $n_1 = B_1 + \frac{C_1}{\lambda^2}$ ve $n_2 = B_2 + \frac{C_2}{\lambda^2}$ olarak veriliyor. Sistemin odak uzaklığının ışığın dalga boyundan bağımsız olması için R ne olmalıdır? (4 Puan)

d-) Maddelerin kırıcılık indisleri için Cauchy yaklaşımının doğru olduğunu kabul edersek,

$n = B + \frac{C}{\lambda^2} + \frac{D}{\lambda^4} + \frac{E}{\lambda^6} \dots$ şeklinde verilir. Ayrı maddelerden yapılmış m tane mercek ile odak uzaklığının $\lambda^{-2(m-1)}$ 'li terime kadar olan dalga boyu bağımlılığından kurtarılabileceğini gösteriniz.

(4 Puan)